

Die Beziehung zwischen Linearen Rückstellkräften und Harmonischen Schwingungen

Nicolas Hamel

In dieser Arbeit soll veranschaulicht werden, wie sich lineare Rückstellkräfte unter geometrischen Transformationen als Zentripetalkraft bei einer geschlossenen Kreisbahn interpretieren lassen und deshalb harmonische Schwingungen induzieren.

Keywords: harmonischer Oszillator; Zentripetalkraft; Lineare Rückstellkräfte

1. Ergebnisse

Als Ausgangssituation betrachten wir in Abbildung 1 die gleichmäßige Bewegung einer Masse m auf einer geschlossenen Kreisbahn mit Radius R und Winkelgeschwindigkeit ω .

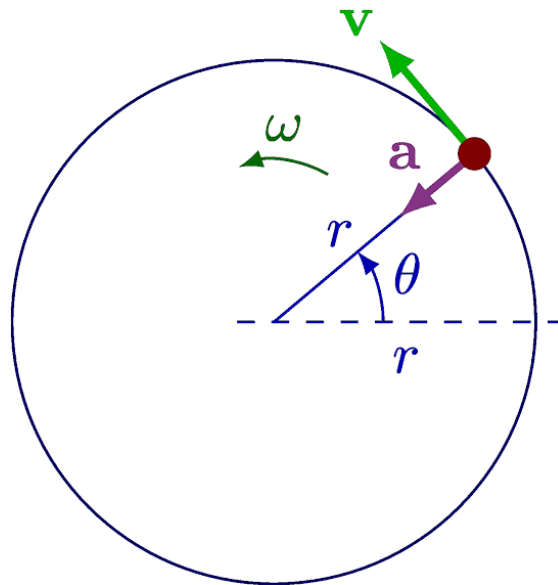


Abbildung 1: Gleichmäßige Kreisbewegung einer Masse m in der x - y -Ebene

Die Position $\vec{r}$, Geschwindigkeit $\vec{v}$ und Beschleunigung $\vec{a}$ der Masse bestimmen sich in Polarkoordinaten zu

$$\vec{r} = R \begin{pmatrix} \cos(wt) \\ \sin(wt) \end{pmatrix}, \quad \vec{v} = \frac{d}{dt}\vec{r} = -wR \begin{pmatrix} \sin(wt) \\ \cos(wt) \end{pmatrix}, \quad \vec{a} = \frac{d}{dt}\vec{v} = -w^2R \begin{pmatrix} \cos(wt) \\ \sin(wt) \end{pmatrix} \quad (1)$$

Die Zentripetalkraft $\vec{F}_Z = m\vec{a}$ hält die Masse m auf der Kreisbahn und lautet dann

$$\vec{F}_Z = -mw^2R \begin{pmatrix} \cos(wt) \\ \sin(wt) \end{pmatrix} \quad (2)$$

Das System kann auch auf die x -Achse projiziert werden. Dann führt die Masse eine harmonische Schwingung auf der x -Achse aus. Die Kraft, die diese Bewegung induziert ist einfach die x -Komponente der Zentripetalkraft $\vec{F}_Z$:

$$F_{Z,x} = -mw^2R \cos(wt) = -mw^2x := -kx \quad (3)$$

$F_{Z,x} = -kx$ entspricht also einer linearen Rückstellkraft, die z. B. eine Feder mit der Federkonstante k auf die Masse ausübt.

2. Diskussion

Es besteht also ein direkter geometrischer Zusammenhang zwischen linearen Rückstellkräften und der Zentripetalkraft. Solche linearen Rückstellkräfte führen daher zu harmonischen Schwingungen.